

B-668

B. Sc. (First Year) Examination, 2022

(Regular/Private) (NEP)

(Major-II/Minor/Elective)

MATHEMATICS-II

(Calculus & Differential Equations)

(कला एवं अवकल समीकरण)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

Minimum Pass Marks : 25

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल कीजिए।
अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note: Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-‘अ’

Section-‘A’

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5×2=10

(Objective Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Answer all questions. Each question carries 1 mark.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i) यदि $y = e^x$ तब $y_n =$

(a) e^x

(b) ne^x

(c) e^{nx}

(d) $\frac{1}{n} e^x$

If $y = e^x$ then $y_n =$

(a) e^x

(b) ne^x

(c) e^{nx}

(d) $\frac{1}{n} e^x$

(ii) नति परिवर्तन बिन्दु के लिए—

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$

(c) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0, \frac{d^3y}{dx^3} \neq 0$

(d) $\frac{d^2y}{dx^2} \neq 0, \frac{d^3y}{dx^3} = 0$

For point of Inflexion :

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$

(c) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0, \frac{d^3y}{dx^3} \neq 0$

(d) $\frac{d^2y}{dx^2} \neq 0, \frac{d^3y}{dx^3} = 0$

(iii) यदि $I_n = \int \tan^n x dx$, तो—

$$(a) I_n = \frac{\tan^{n-2} x}{(n-1)} - \int \tan^{n-2} x dx$$

$$(b) I_n = \frac{\tan^{n-2} x}{(n-2)} + \int \tan^{n-2} x dx$$

$$(c) I_n = \frac{\tan^{n-1} x}{(n-1)} + \int \tan^{n-2} x dx$$

$$(d) I_n = \frac{\tan^{n-1} x}{(n-1)} - \int \tan^{n-2} x dx$$

If $I_n = \int \tan^n x dx$, then

$$(a) I_n = \frac{\tan^{n-2} x}{(n-1)} - \int \tan^{n-2} x dx$$

$$(b) I_n = \frac{\tan^{n-2} x}{(n-2)} + \int \tan^{n-2} x dx$$

$$(c) I_n = \frac{\tan^{n-1} x}{(n-1)} + \int \tan^{n-2} x dx$$

$$(d) I_n = \frac{\tan^{n-1} x}{(n-1)} - \int \tan^{n-2} x dx$$

(iv) अवकल समीकरण $y = px + \frac{a}{p}$ का विचित्र हल है—

$$(a) y = cx + \frac{a}{c}$$

$$(b) y = cx + \frac{a}{p}$$

$$(c) y = px + \frac{a}{c}$$

$$(d) y = x^2 + \frac{a}{x}$$

Singular solution of differential equation

$y = px + \frac{a}{p}$ is :

$$(a) y = cx + \frac{a}{c}$$

$$(b) y = cx + \frac{a}{p}$$

$$(c) y = px + \frac{a}{c}$$

$$(d) y = x^2 + \frac{a}{x}$$

(v) $\frac{1}{(D^2 + a^2)} \sin ax$ का मान है—

(a) $-\frac{x}{2a} \sin ax$

(b) $-\frac{x}{2a} \cos ax$

(c) $\frac{x}{2a} \sin ax$

(d) $\frac{x}{2a} \cos ax$

The value of $\frac{1}{(D^2 + a^2)} \sin ax$ is :

(a) $-\frac{x}{2a} \sin ax$

(b) $-\frac{x}{2a} \cos ax$

(c) $\frac{x}{2a} \sin ax$

(d) $\frac{x}{2a} \cos ax$

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×7=28

(Short Answer Type Questions)

नोट : कुल चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 7 अंकों का है।

Note: Attempt total four questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 7 marks.

इकाई-I

Unit-I

2. भारतीय गणितज्ञ भास्कराचार्य और माधव की संक्षिप्त जीवनी दीजिए।

Give a brief biography of Indian mathematicians Bhaskaracharya and Madhava.

इकाई-II

Unit-II

3. सिद्ध कीजिए कि वक्र $r = a(1 - \cos \theta)$ के किसी भी बिन्दु-

पर वक्रता-त्रिज्या $\frac{2}{3} \sqrt{2ar}$ होती है तथा $\frac{2}{r}$ अचर है।

Prove that the radius of curvature at any point of the curve $r = a(1 - \cos \theta)$ is $\frac{2}{3} \sqrt{2ar}$ and $\frac{2}{r}$ is constant.

इकाई-III

Unit-III

4. सिद्ध कीजिए—

$$\int_0^{2a} x^3 \sqrt{2ax - x^2} dx = \frac{7\pi}{8} a^5$$

Prove that :

$$\int_0^{2a} x^3 \sqrt{2ax - x^2} dx = \frac{7\pi}{8} a^5$$

इकाई-IV

Unit-IV

5. हल कीजिए—

$$(x^2y - 2xy^2) dx - (x^3 - 3x^2y) dy = 0$$

Solve :

$$(x^2y - 2xy^2) dx - (x^3 - 3x^2y) dy = 0$$

इकाई-V

Unit-V

6. हल कीजिए—

$$(D^2 - 2D + 5)y = e^{2x} \sin x$$

Solve :

$$(D^2 - 2D + 5)y = e^{2x} \sin x$$

[10]

खण्ड-'स'
Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) 2×16=32

(Long Answer Type Questions)

नोट : कुल दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

Note: Attempt total two questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 16 marks.

इकाई-I

Unit-I

7. यदि $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ हो तो सिद्ध कीजिए

$$(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0 \text{ तथा } (y_n)_0 \text{ ज्ञात कीजिए।}$$

If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ then prove that and find

$$(1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0 \text{ and } (y_n)_0$$

इकाई-II

Unit-II

B-668

[11]

8. वक्र $y^2(2a-x) = x^3$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y^2(2a-x) = x^3$

इकाई-III

Unit-III

9. परवल्यों $y^2 = 4ax$ और $x^2 = 4ay$ के बीच के उभयनिष्ठ क्षेत्रफल को ज्ञात कीजिए।

Find the common area between by the parabolas

$$y^2 = 4ax \text{ and } x^2 = 4ay.$$

इकाई-IV

Unit-IV

10. समीकरण $9p^2(2-y)^2 = 4(3-y)$ का व्यापक एवं विचित्र

हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution and singular solution of

$$9p^2(2-y)^2 = 4(3-y).$$

इकाई-V

Unit-V

B-668

PTO

11. समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$ को प्राचल विचरण

विधि से हल कीजिए।

Solve by method of variation of parameter

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$