Printed Pages – 13+3=16

B-667

B. Sc. (First Year) Examination, 2022

(Regular/Private) (NEP)

(Major-I)

MATHEMATICS

Paper : First

(Algebra, Vector Analysis and Geometry)

(बीजगणित, सदिश विश्लेषण एवं ज्यामिति)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

Minimum Pass Marks : 25

नोट : *सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।*

Note : *Attempt questions of all **three** sections as directed. Distribution of marks is given with sections.*

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न) 5×2=10

(Object Type Questions)

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note: *Attempt all questions. Each question carries 2 marks.*

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i) इकाई आव्यूह I_3 की जाति है—

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

The rank of unit matrix I_3 is :

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(ii) आव्यूह $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ के आइगेन मान—

(a) 5, 1, 1

(b) 5, 2, 2

(c) 5, 3, 3

(d) 1, 1, 1

Eigen values of matrix $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$:

(a) 5, 1, 1

(b) 5, 2, 2

(c) 5, 3, 3

(d) 1, 1, 1

(iii) यदि $\vec{r} = 3\hat{i} - 6t^2\hat{j} + 4t\hat{k}$ हो तब $\frac{d\vec{r}}{dt}$ का मान होगा—

(a) $3\hat{i} - 6t\hat{j} + 4\hat{k}$

(b) $-12t\hat{i} + 4\hat{k}$

(c) $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

(d) $3\hat{i} + 6t\hat{j} + 4\hat{k}$

If $\vec{r} = 3\hat{i} - 6t^2\hat{j} + 4t\hat{k}$ then value of $\frac{d\vec{r}}{dt}$:

(a) $3\hat{i} - 6t\hat{j} + 4\hat{k}$

(b) $-12t\hat{i} + 4\hat{k}$

(c) $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

(d) $3\hat{i} + 6t\hat{j} + 4\hat{k}$

(iv) यदि $\vec{a} = t\hat{i} - t^2\hat{j} + (t-1)\hat{k}$

$\vec{b} = 2t^2\hat{i} + 6t\hat{k}$ तब

$\int_0^1 \vec{a} \cdot \vec{b}\, dt =$

(a) 2

(b) $\frac{1}{2}$

(c) 1

(d) $-\frac{1}{2}$

If $\vec{a} = t\hat{i} - t^2\hat{j} + (t-1)\hat{k}$

$\vec{b} = 2t^2\hat{i} + 6t\hat{k}$ then

$\int_0^1 \vec{a} \cdot \vec{b}\, dt =$

(a) 2

(b) $\frac{1}{2}$

(c) 1

(d) $-\frac{1}{2}$

(v) समीकरण $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ परवलय को निरूपित करता है यदि $\Delta \neq 0$ तथा—

(a) $h = ab$

(b) $h^2 = ab$

(c) $h^2 > ab$

(d) $h^2 < ab$

The equation $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents a parabola if $\Delta \neq 0$ and :

(a) $h = ab$

(b) $h^2 = ab$

(c) $h^2 > ab$

(d) $h^2 < ab$

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न) $4 \times 7 = 28$

(Short Answer Type Questions)

नोट : *किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 7 अंकों का है। प्रत्येक प्रश्न की उत्तर सीमा अधिकतम 200 शब्दों की होगी।*

Note: *Attempt any **four** questions. Each question carries 7 marks. Maximum words limit of each question is 200 words.*

2. आर्यभट्ट की संक्षिप्त जीवनी दीजिये।

Give a brief biography of Aryabhatta.

3. आव्यूह विधि का प्रयोग करके निम्न समीकरणों को हल कीजिये—

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

Solve the following equations by using matrix method :

$2x - y + 3z = 9$

$x + y + z = 6$

$x - y + z = 2$

4. यदि $\vec{a} = \sin\theta\hat{i} + \cos\theta\hat{j} + \theta\hat{k}$,

$\vec{b} = \cos\theta\hat{i} - \sin\theta\hat{j} - 3\hat{k}$,

$\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

तब $\theta = 0$ पर $\frac{d}{d\theta}\left[\vec{a} \times \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)\right]$ ज्ञात कीजिये।

If $\vec{a} = \sin\theta\hat{i} + \cos\theta\hat{j} + \theta\hat{k}$,

$\vec{b} = \cos\theta\hat{i} - \sin\theta\hat{j} - 3\hat{k}$,

$\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

then find $\frac{d}{d\theta}\left[\vec{a} \times \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)\right]$ at $\theta = 0$.

5. मूल्यांकन कीजिये—

$\int_1^2 \left[\vec{A} \cdot \left(\vec{B} \times \vec{C}\right)\right] dt$, जहाँ

$\vec{A} = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$

$\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{C} = 3\hat{i} - t\hat{j} - \hat{k}$

Evaluate :

$\int_1^2 \left[\vec{A} \cdot \left(\vec{B} \times \vec{C}\right)\right] dt$, where

$\vec{A} = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$

$\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{C} = 3\hat{i} - t\hat{j} - \hat{k}$

6. उस लम्बवृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका शीर्ष मूल बिन्दु, अक्ष $x = y = z$ तथा अर्द्ध शीर्ष कोण 45° है।

Find the equation of the right circular cone whose axis is $x = y = z$ vertex is the origin and semi-vertical angle is 45°.

खण्ड-'स'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) 2×16=32

(Long Answer Type Questions)

नोट : किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है। प्रत्येक प्रश्न की उत्तर सीमा अधिकतम 500 शब्दों की होगी।

Note: *Attempt any **two** questions. Each question carries 16 marks. Maximum words limit of each question is 500 words.*

7. निम्न मैट्रिक्स के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिये तथा संगत आइगेन सदिशों को ज्ञात कीजिये—

$$A=\begin{bmatrix}3 & 2 & 4\\ 2 & 0 & 2\\ 4 & 2 & 3\end{bmatrix}$$

Determine the eigen value and the corresponding eigen vectors of the matrix :

$$A=\begin{bmatrix}3 & 2 & 4\\ 2 & 0 & 2\\ 4 & 2 & 3\end{bmatrix}$$

8. आव्यूह $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 3\end{bmatrix}$ का अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिये और सत्यापित कीजिये कि यह A द्वारा सन्तुष्ट होता है, और इसका प्रतिलोम A^{-1} ज्ञात कीजिये।

Find the characteristics equation of the matrix $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 3\end{bmatrix}$ and verify that it is satisfied by A and hence find A^{-1}.

9. फलन $\phi = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ का द्विक् अवकलज बिन्दु $P(1, 1, -1)$ पर $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ की दिशा में ज्ञात कीजिये।

बिन्दु $P(1, 1, -1)$ पर द्विक् अवकलज का अधिकतम मान भी ज्ञात कीजिये।

Find the directional derivative of the function $\phi = x^2 - 2y^2 + 4z^2$ at the point $P(1, 1, -1)$ in the direction $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$.

Also find the maximum value of directional derivative at $P(1, 1, -1)$.

10. स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिये, जब $\vec{F} = y\hat{i} + z\hat{j} + x\hat{k}$ तथा पृष्ठ s गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का XY समतल के ऊपर का भाग है।

Verify the Stoke's theorem when $\vec{F} = y\hat{i} + z\hat{j} + x\hat{k}$ and surface s is the part of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ above the XY plane.

11. शांकव $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ का अनुरेखण कीजिए तथा इसकी नाभियों के निर्देशांक और नियता का समीकरण ज्ञात कीजिये।

Trace the conic $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ and find coordinates of its focus and the equation of directrix.